

1. Stellenwerte im Dualsystem

a) Definitionen

Stellenwertsystem

Ein Zahlensystem bei dem der **Wert einer Ziffer innerhalb einer Ziffernfolge von ihrer Stelle abhängt**, wird Stellenwertsystem genannt. Die Stellenwerte sind also ganzzahlige Potenzen von der Basis des Stellenwertsystems.

Dualsystem

Das Dualsystem (engl. Binary number system) ist ein Stellenwertsystem mit der Basis 2 (dual) und einem Zeichenvorrat von 2 Zeichen. Nämlich den Ziffern 0 und 1. Ähnlich einem Schalter der entweder ausgeschaltet (0) oder eingeschaltet (1) ist.

Weil das Dualsystem nur aus 2 Zeichen besteht, ist es das kleinste Stellenwertsystem. Enthält ein Zeichenvorrat genau 2 Zeichen, spricht man von binären Zeichen. **Ein einzelnes binäres Zeichen heißt Bit** (binary digit). Weitere binäre Zeichenvorräte können sein: < und >, € und \$, etc.

Zur Zeit sind Computer in der Lage nur zwei verschiedene Zeichen zu verarbeiten. Nämlich Bit 0 und Bit 1. Folglich müssen diese auch in einem Zahlensystem rechnen, das mit nur 2 Zeichen, den **Binärziffern 0 und 1** auskommt. **Strom fließt oder fließt nicht**. So werden elektrische Schaltungen realisiert.



In weiten Teilen Russlands, und Asien, wird mit dem Dualen Zahlensystem gerechnet.

Der Abacus ersetzt elektrische Kassensysteme.

b) Bezeichnungen und Größen

Bezeichnung				Byte		Bit
1 Bit	= kleinste Einheit					
1 Byte		= 8 Bit				= 8 Bit
1 Kilobyte (KB)	= 2^{10} Byte	= 1024 Byte	= 2^{10} Byte	= 1024 Byte	x 8 Bit	= 8192 Bit
1 Megabyte (MB)	= 2^{10} KB	= 1024 KB	= 2^{20} Byte	= 1048576 Byte	x 8 Bit	= 8388608 Bit
1 Gigabyte (GB)	= 2^{10} MB	= 1024 MB	= 2^{30} Byte	= 1073741824 Byte	x 8 Bit	= 8589934592 Bit
1 Terabyte (TB)	= 2^{10} GB	= 1024 GB	= 2^{40} Byte	= 1099511627776 Byte	x 8 Bit	= 8796093022208 Bit

1 KB =	2^0 Byte	2^1 Byte	2^2 Byte	2^3 Byte	2^4 Byte	2^5 Byte	2^6 Byte	2^7 Byte	2^8 Byte	2^9 Byte	2^{10} Byte
Byte	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

c) Konvertierung von Dualzahlen in Dezimalzahlen

Anmerkung

$X^0 = \text{immer } 1$
außer
 $0^0 = 0$

Ausführliches Darstellungsmuster

1101_{Dual} (4 x) \Rightarrow Dez

Stellenwertname	256er	128er	64er	32er	16er	8er	4er	2er	1er
Stellenwert						1	1	0	1
Dualzahl						2^3	2^2	2^1	2^0
Dezimalwertberechnung						1×2^3	1×2^2	0×2^1	1×2^0
Produkt des Dezimalwertes						8	4	0	1
Summe des Dezimalwertes						8 +	4 +	0 +	1

13_{Dez}

Konvertieren von Zahlensystemen per PC (Bsp. Dual \Rightarrow Dezimal)

Rechner + Wissenschaft

Binär Zahlen (Bin) aktivieren + Dualzahl eingeben + Dez. klicken

Kompaktes Darstellungsmuster

1111111_{Dual} (8x) \Rightarrow Dez

Stellenwert		1	1	1	1	1	1	1	1
Dualzahl		2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Produkt des Dezimalwertes		128	64	32	16	8	4	2	1
Summe des Dezimalwertes		128 +	64 +	32 +	16 +	8 +	4 +	2 +	1

255_{Dez}

Somit hätte ein Prozessor 255 + 1 Darstellungsvarianten. Z. B. 256 MB. Plus 1 deshalb, weil 0 auch ein Zustand ist. Nämlich der Zustand aus/ kein Strom.

Konvertierung einer Dualzahl mit Komma

11010,111_{Dual} (5 x, 3 x) \Rightarrow Dez

Stellenwert	1	1	0	1	0		1	1	1
Dualzahl	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
Produkt des Dezimalwertes	16	8	4	2	1		0,5	0,25	0,125
Summe des Dezimalwertes	16 +	8 +	0 +	2 +	0		0,5 +	0,25 +	0,125

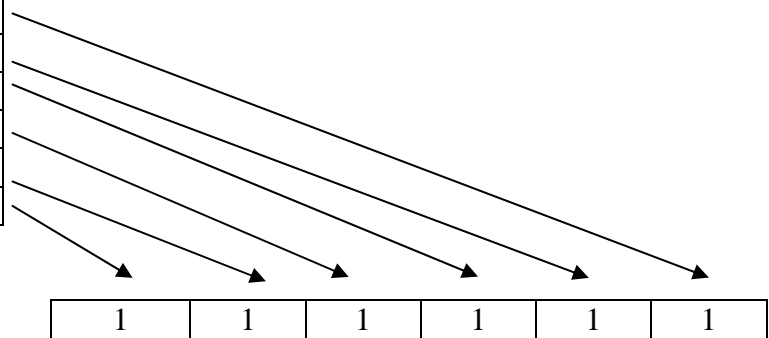
26,875_{Dez}

d) Konvertierung von Dezimalzahlen in Dualzahlen

63_{Dez} ⇒ Dual

Stellenwert	/ 2	=	Rest
63		31	1
31		15	1
15		7	1
7		3	1
3		1	1
1		0	1

11111_{dual} (6 x)



Beweis (Dual ⇒ Dez)

11111_{Dual} (6 x) ⇒ Dez

Stellenwert	1	1	1	1	1	1
Dualzahl	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Produkt des Dezimalwertes	32	16	8	4	2	1
Summe des Dezimalwertes	32	16 +	8 +	4 +	2 +	1

63_{Dez}

Konvertierung einer Dezimalzahl mit Komma

0,6875_{Dez} ⇒ Dual

Stellenwert	/	=	Rest
0,6875	2^{-1}	0,5	1 0,1875
0,1875	2^{-2}	0,25	0 0,1875
0,1875	2^{-3}	0,125	1 0,0625
0,0625	2^{-4}	0,0625	1 ↓ 0

0,1011_{Dual} (1 x ,4 x)

Beweis (Dual ⇒ Dez)

0,1011_{Dual} (1 x ,4 x)

Stellenwert	0	1	0	1	1
Dualzahl	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}
Produkt des Dezimalwertes	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
Summe des Dezimalwertes	0	0,5 +	0 +	0,125 +	0,0625

0,6875_{Dez}

Basis 2 mit Exponent ^{-x}

2^0	=	1
2^{-1}		0,5
2^{-2}		0,25
2^{-3}		0,125
2^{-4}		0,0625
2^{-5}		0,03125
2^{-6}		0,015625
2^{-7}		0,0078125
2^{-8}		0,00390625
2^{-9}		0,001953125
2^{-10}		0,0009765625
2^{-11}		0,00048828125
		usw.

e) Aufgaben**Dual \Rightarrow Dez****101110011**Dual (9x) \Rightarrow Dez

Stellenwert	1	0	1	1	1	0	0	1	1
Dualzahl	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Produkt des Dezimalwertes	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Summe des Dezimalwertes	256 +	0 +	64 +	32 +	16 +	0 +	0 +	2 +	1

371Dez**10100111**Dual (8x) \Rightarrow Dez

Stellenwert		1	0	1	0	0	1	1	1
Dualzahl		2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Produkt des Dezimalwertes		128	64	32	16	8	4	2	1
Summe des Dezimalwertes		128 +	0 +	32 +	0 +	0 +	4 +	2 +	1

167Dez**10100111**Dual (8x) \Rightarrow Dez

Stellenwert		1	0	1	0	0	1	1	1
Dualzahl		2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Produkt des Dezimalwertes		128	64	32	16	8	4	2	1
Summe des Dezimalwertes		128 +	0 +	32 +	0 +	0 +	4 +	2 +	1

167Dez

Dez \Rightarrow Dual**129**_{Dez \Rightarrow Dual}

Stellenwert	/ 2	=	Rest
129		64	1
64		32	0
32		16	0
16		8	0
8		4	0
4		2	0
2		1	0
1		0	1

10000001_{Dual (8 x)}**13**_{Dez \Rightarrow Dual}

Stellenwert	/ 2	=	Rest
13		6	1
6		3	0
3		1	1
1		0	1

1101_{Dual (8 x)}

Ergänze die fehlenden Werte

Bitfolge im dualen Stellenwertsystem	Darstellbare Dezimalzahlen mit 1 Byte
0	0
1	1
111 (3 x)	7
1000 (4 x)	8
1111	15
10000 (5 x)	16
11111	31
100000 (6 x)	32
111111	63
1000000 (7 x)	64
1000001	65
1111110	126
1111111	127
10000000 (8 x)	128
10000001	129
11111110	254
11111111 (größte darstellbare Dualzahl mit 1em Byte)	255
100000000 (9 x)	256
ist also mit 1 Byte (= 8 Bit) im dualen Zahlensystem nicht mehr darstellbar.	Der Dezimalwert der größten mit 1 Byte darstellbaren Dualzahl (11111111) ist 256 Byte (255 Byte + 0 Byte).

Fragen:Wofür steht der Begriff bit?**binary digit**Aus welchen Zeichen besteht der binäre Zeichensatz?**0 und 1**Wie viele Bit besitzt 1 Byte?**1 Byte besitzt 8 Bit**Wie viele Bit besitzt ein KByte?**1 KB = 2^{10} Byte = 1024 Byte x 8 = 8192 Bit**Wie viele KByte sind 1 MByte?**1 MB = 1024 KB**Wie viele MByte sind 1 GByte?**1 GB = 1024 MB**Wie viele Byte sind 1 GByte?**1 GB = 1024 x 1024 KB, 1GB = 2^{20} Byte, 1 GB = 1048578 Byte**Wie lautet die größte mit 1em Byte darstellbare Dualzahl und welchen Dezimalwert hat sie?**1111111_{Dual} (8x) ⇒ Dez**

Stellenwert		1	1	1	1	1	1	1	1
Dualzahl		2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Produkt des Dezimalwertes		128	64	32	16	8	4	2	1
Summe des Dezimalwertes		128 +	64 +	32 +	16 +	8 +	4 +	2 +	1

255_{Dez}**11111111_(8 x) ist die größte darstellbare Dualzahl.****255 ist der Dezimalwert der größten mit 1em Byte darstellbaren Dualzahl.**Wie viele verschiedene Dualzahlen lassen sich mit 1 Byte darstellen?**256 Dualzahlen (255 + 1) lassen sich mit 1 Byte darstellen.**

+ 1 deshalb, weil 0 auch eine Darstellungsvariante ist.

Wie lautet der Dualwert für 0 Byte?**00000000_{Dual} (8 x)**Wie lautet die Dezimalzahl für 11111111_{Dual}?**255_{Dez}**

Wie kann man nachweisen das der PC im dualen Zahlensystem arbeitet?
Mit der Überprüfung der Zeilenanzahl im Tabellenkalkulationsprogramm

	A	B
1	Wie viele Zeilen hat ein Excel-Rechenblatt?	
2		
3	Grundwissen: Der PC rechnet mit dem dualen Zahlensystem. D. h. mit den Werten 0 und 1. Ein Byte besteht aus 8 Bit.	
4		
5	Vermutung: Es liegt nahe, dass die Zeilenadressierung über 1, 2 oder X Byte erfolgt.	
6		
7	Beweis durch Überprüfung: man gibt die Formel =2^8 (=2^16, etc.) ein. Der errechnete Potenzwert wird mit einer Spaltenadressierung (z. B. A) kombiniert. Wenn zunächst keine Fehlermeldung erfolgt, aber die Erhöhung der Zeilenadresszahl um 1 einer Fehlerausgabe zur Folge hat, dann ist die Vermutung bestätigt.	
8		
9	Beweis 1 (2^8)	
10	256	
11	0	
12		
13	Beweis 2 (2^16)	
14	65536	
15	#NAME?	
16		
17	Das Rechenblatt besitzt 65536 (2^16) Zeilen.	
18		
19		